

2. Poslovnost

ČÍSELNOU POSLOUPNOSTÍ manipulujeme konkrétně konkrétní funkcí, jejíž DEFINIČNÍM OBOREM je množina PŘÍROZENÝCH ČÍSEL (nebo její podmnožina typu $\{1, 2, \dots, k\}$)

- KONEČNÁ: konečný počet členů $D = \{m \in \mathbb{N}; m \leq k, k \text{ první dané}\}$

- KVV. $(a_m)_{m=1}^k$, měkdy $\{a_m\}_{m=1}^{\infty}$

- NEKONEČNÁ:

- KVV. $(a_m)_{m=1}^{\infty}$, měkdy $\{a_m\}_{m=1}^{\infty}$

- ČLENY POSLOUPNOSTI: hodnoty funkcí v bodech $1, 2, 3, \dots$

- KVV. a_1, a_2, a_3, \dots

Příklady

① Napište první 5 členů posloupnosti

a) $(3m)_{m=1}^{\infty}$ $a_1 = 3 \cdot 1 = 3$ $a_2 = 3 \cdot 2 = 6$ $a_3 = 3 \cdot 3 = 9$ $a_4 = 3 \cdot 4 = 12$ $a_5 = 3 \cdot 5 = 15$
 $a_m = 3m$

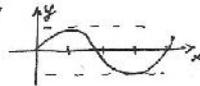
b) $\left(\frac{m-1}{m}\right)_{m=1}^{\infty}$ $a_1 = \frac{1-1}{1} = 0$ $a_2 = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$ $a_3 = \frac{3-1}{3} = \frac{2}{3}$ $a_4 = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$ $a_5 = \frac{5-1}{5} = \frac{4}{5}$
 $a_m = \frac{m-1}{m}$ $[a_{18} = \frac{17}{18}]$

c) $(0,5 + 0,5 \cdot (-1)^m)_{m=1}^{\infty}$ $a_1 = 0,5 + 0,5 \cdot (-1)^1 = 0,5 - 0,5 = 0$
 $a_2 = 0,5 + 0,5 \cdot (-1)^2 = 0,5 + 0,5 = 1$
 $a_3 = 0,5 + 0,5 \cdot (-1)^3 = 0,5 - 0,5 = 0$
 $a_4 = 0,5 + 0,5 \cdot (-1)^4 = 0,5 + 0,5 = 1$
 $a_5 = 0,5 + 0,5 \cdot (-1)^5 = 0,5 - 0,5 = 0$
 $a_m = 0,5 + 0,5 \cdot (-1)^m$

d) $((m-1)m)_{m=1}^{\infty}$ $a_1 = (1-1) \cdot 1 = 0 \cdot 1 = 0$ $a_2 = (2-1) \cdot 2 = 1 \cdot 2 = 2$ $a_3 = (3-1) \cdot 3 = 2 \cdot 3 = 6$
 $a_4 = (4-1) \cdot 4 = 3 \cdot 4 = 12$
 $a_5 = (5-1) \cdot 5 = 4 \cdot 5 = 20$
 $a_m = (m-1)m$

e) $\left((-1)^m \cdot \frac{1}{m^3}\right)_{m=1}^{\infty}$ $a_1 = (-1)^1 \cdot \frac{1}{1^3} = -1$ $a_2 = (-1)^2 \cdot \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ $a_3 = (-1)^3 \cdot \frac{1}{3^3} = -\frac{1}{27}$
 $a_4 = (-1)^4 \cdot \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$ $a_5 = (-1)^5 \cdot \frac{1}{5^3} = -\frac{1}{125}$
 $a_m = (-1)^m \cdot \frac{1}{m^3}$

f) $\left(\sin \frac{\pi}{2} m\right)_{m=1}^{\infty}$ $a_1 = \sin \frac{\pi}{2} \cdot 1 = \sin \frac{\pi}{2} = 1$ $a_2 = \sin \frac{\pi}{2} \cdot 2 = \sin \pi = 0$ $a_3 = \sin \frac{\pi}{2} \cdot 3 = \sin \frac{3\pi}{2} = -1$ $a_4 = \sin \frac{\pi}{2} \cdot 4 = \sin 2\pi = 0$ $a_5 = \sin \frac{\pi}{2} \cdot 5 = \sin \frac{5\pi}{2} = \sin \frac{\pi}{2} = 1$
 $a_m = \sin \frac{\pi}{2} m$ $[a_{18} = \sin \frac{9\pi}{2} = \sin \frac{\pi}{2} = 1]$



② Je dána posloupnost $(n^2 + 2n + 1)_{n=1}^{\infty}$. Rozhodni, která z čísel jsou členy posloupnosti.

a) 223

$$a_n = n^2 + 2n + 1$$

$$223 = n^2 + 2n + 1$$

$$0 = n^2 + 2n - 222$$

$$n_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 222}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{892}}{2} \notin \mathbb{N}$$

[n musí být přiroč.] NENÍ ČLEN POSTI

b) 289

$$a_n = n^2 + 2n + 1$$

$$289 = n^2 + 2n + 1$$

$$0 = n^2 + 2n - 288$$

$$n_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 288}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{1156}}{2} = \begin{cases} \frac{-2+34}{2} = 11 \in \mathbb{N} \\ \frac{-2-34}{2} = -13 \notin \mathbb{N} \end{cases}$$

289 JE jedináčkový člen post.
 tj. $a_{11} = 289$

③ Uveď všechny členy posloupnosti

a) $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ $a_n = n^2 - n$ $a_{100} = 100^2 - 100 = 10000 - 100 = 9900$

b) $(a_n)_{n=1}^{99}$ $a_n = n^5$ *ský člen max., jde o konečnou posloupnost s 99 členy*

④ Doplni chybějící čísla

a) 2 4 8 16 32 64 128 $a_n = 2^{2n}$

b) $\frac{1}{2}$ 1 $\frac{3}{2}$ 2 $\frac{5}{2}$ 3 $\frac{7}{2}$ 4 $\frac{9}{2}$ $a_n = \frac{2n}{2}$

$a_1 = \frac{1}{2}$ $a_2 = \frac{2}{2}$ $a_3 = \frac{3}{2}$... $a_8 = \frac{8}{2}$ $a_9 = \frac{9}{2}$

c) $\frac{3}{2}$ 2 $\frac{5}{2}$ 3 $\frac{7}{2}$ 4 $\frac{9}{2}$ $a_n = \frac{n+2}{2}$

$a_1 = \frac{3+2}{2}$ $a_2 = \frac{4+2}{2}$ $a_3 = \frac{5+2}{2}$... $a_7 = \frac{7+2}{2}$